**Bilancio Macroscopico di Energia**

 Si prenda in considerazione un volume di controllo che sia un "sistema aperto", cioè un sistema che scambia materia con l'ambiente esterno. Nel sistema considerato infatti materia entra ed esce continuamente attraverso varie portate.

 Oltre alla materia, il sistema considerato scambia con l'ambiente un'altra entità soggetta ad una legge di conservazione: l'energia, che entra ed esce dal sistema sotto varie forme:

1. *con ciascuna delle portate di massa entranti ed uscenti dal volume scelto*
2. *come lavoro compiuto sul fluido da organi in movimemto all’interno del volume scelto e per entrare o uscire dal volume*
3. *come calore fornito al fluido nell’attraversare il sisteme (volume scelto)*

Poiche’ l’energia e’ una grandezza conservativa, la differenza tra la somma delle portate entranti (di energia) e la somma delle portate uscenti determina un’accumulo di energiapositivo o negativo) all’interno del sistema.

l'energia associata alle portate di massa entranti o uscenti dal volume (sistema) scelto comprende tre contributi corrispondenti all’energia specifica associata all'unità di massa (nel nostro caso di fluido) nelle condizioni della corrente. I tre contributi all’energia dell’unita’ di massa sono: energia interna , l’energia cinetica v2/2 e l’energia potenziale gh (dove h e’ una coordinata verticale crescente verso l’alto).

La portata di energia , che si sposta con una corrente, e’ l’integrale sulla sezione trasversale alla corrente di *v*. Considerando ,  ed h valori medi sulla sezione avremo per ,

 = (+ gh + S )  <v> = (+ gh + <v>3/ 2<v> ) (1

 Dove con si puo’ anche scrivere come :

 = ( +  <v>2/2 + gh ) (2

dove  e' un coefficiente numerico compreso tra uno e due (e’ pari a 2 in regime laminare e si avvicina rapidamente ad 1 al crescere della turbolenza). Portate di massa entranti e uscenti danno luogo, corrispondentemente a portate di energia entranti o uscenti dal sistema in considerazione.

La differenza tra le portate di energia entranti ed uscenti determinate dalle corrispondenti portate (di massa) si puo’ quindi esprimete come:

e - u ( 3

Come gia anticipato sopra, è conveniente suddividere in due contributi il lavoro scambiato dal fluido nell’unita’ di tempo nell’attraversare il sistema :

* lavoro (nell'unità di tempo) richiesto per fare entrare e poi uscire il fluido dal volume (sistema) pari a:

e - u = e - u ( 4

Dove i pedici indicano le portate entranti on uscenti rispettivamente.

* Altro compiuto dal fluido sul mondo esterno nell'unità di tempo (potenza) , s

Indichiamo, infine, con la portata di calore entrante nel sistema.

Essendo l’energia una grandezza conservativa, globalmente, si puo’ dire che la somma algebrica delle portate di energia (entranti-uscenti) sommata alla somma algebrica delavoro per fare entrare o uscire tali portate dal sistema ed alla portata di calore complessivamente entrante nel sistema diminuita dalla potenza meccanica esercitata dal sistema sul mondo esterno determina la velocita’ di variazione (nel tempo) dell’energia globalmente presente nel sistema, cioe’ :

e - u +

+   e - u +  - s = ( 5

Dove E e’ l’energia complessiva presente nel sistema al tempo t ed il secondo membro e’ la velocita’ di variazione nl tempo, che ovviamente puo’ essere sia positiva che negativa e che nulla quando e se si arriva a regime.

Nel caso in cui ci sia una sola corrente entrante ed una sola corrente uscente si sia a regime per quanto riguarda la massa (1=2= ), l’equazione diventa

**(**(1 +  <v1>2/2 + gh1 ) - (2 +  <v2>2/2 + gh2 ) + P1/ - P2/ + s)= (6

avendo posto: s =  s / = /.

**s** e hanno le dimensioni di una potenza per unità di portata ovvero di un'energia per unità di massa. Cioe’ il calore assorbito dall’unita’ di massa ed il lavoro fatto sull’unita’ di massa entrambi durante l’attraversamento di *tutto* il sistema

A regime e l’equazione 6 diventa:

** (**( +  <v>2/2 + gh + P/ρ ) = **s** ( 7

Il simbolo come di consuetudine, indica la differenza tra il valore della grandezza calcolata nella sezione di uscita 2 ed il valore della stessa grandezza calcolato nella sezione di ingresso.

**Equazione dell’Energia Meccanica**

Consideriamo i termini  ( + P/ - ≡TP (8

Tutti i termini dell’q.8, una volta valutati, vanno sommati agli altri come mostrato:

** (**( <v>2/2 + gh ) + TP = **s** ( 8a

Ciascuno dei termini dell’eq. 8 puo’ anche essere considerato come l’integrale di variazioni differenziali lungo tutto il percorso di attraversamento del sistema da parte del singolo elemento; e quindi la somma degli integrali sara’ l’integrale , dalla sezione di ingresso a quella di uscita, di

 d(TP)= du + d(P/) - Q (9

Si ricordi che il *primo principio della termodinamica* si puo scrivere come:

 du = TdS - pd(1/) (10

dove S e’ l'entropia specifica; inoltre dal *secondo principio della termodinamica* si ricava che

 Q ≤ T dS (11

L’uguaglianza si riferisce a trasformazioni reversibili e la disuguaglianza a trasformazioni irreversibili, la differenza tra il primo ed il secondo membro dell’eq. 11 rappresenta la quantita’ di calore generata dalla irreversibilita’ (attriti e sforzi viscosi). In effetti e’ anche il lavoro meccanico dissipato sotto forma di calore, che e’ nullo se la trasformazione e’ condotta in modo reversibile. Chiamiamo d la differenza, positiva o nulla, tra il secondo ed il primo membro dell’eq. 11:

 d = T dS - Q (12

L’espressione Sostituendo le equazioni 10-12 nell’espressione 9 si ottiene:

 d(TP)= du + d(P/) - Q = TdS - pd(1/)+ Pd(1/)+1/ \* dP - Q = d + dP/

Che una volta integrata fornisce:

 TP = = d +

 E quindi l’eq. 7 diventa :

**** ( <v>2/2 + gh ) + d + = **s** (14

che si chiama *equazione dell'energia meccanica* . Si osservi che essa contiene il termine dissipativo d che rende conto del fatto che l'energia meccanica in generale non si conserva (non esiste infatti alcun pricipio di conservazione che la riguardi).

 Il significato di (-**s)** rappresenta il lavoro svolto dall'ambiente attaverso organi meccanici (di solito una pompa) sull'unità di massa di fluido in transito. Il suo calcolo è dunque agevole: basterà dividere la potenza scambiata (da una pompa) per la portata di massa della corrente.

 Il significato di d è altrettanto chiaro: esso rappresenta la quantità di energia meccanica (per unità di massa del fluido) dissipata in calore a causa degli attriti viscosi. Nel caso di fluido ideale (=0) esso è nullo poichè nulli sono gli sforzi viscosi. Come sappiamo non esistono fluidi ideali, ma in certi casi questo termine può essere trascurato perché molto piccolo in confronto con gli altri termini: l'equazione 14, senza il termine di dissipazione, prende il nome di *equazione di Bernoulli* mentre quella che include il termine dissipativo viene talvolta indicata come *equazione di Bernoulli*  *generalizzata*.